

RIS辅助双基站ISAC系统中利用统计CSI的安全传输方法

刘一龙¹, 张军², 倪艺洋³

(1. 南京邮电大学波特兰学院, 江苏 南京 210003; 2. 南京邮电大学通信与信息工程学院, 江苏 南京 210003; 3. 江苏第二师范学院物理与信息工程学院, 江苏 南京 210013)

摘 要: 针对智能超表面 (Reconfigurable Intelligent Surface, RIS) 辅助通信感知一体化系统中通信与感知的安全性问题, 在合法感知信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 约束、窃听感知 SNR 约束、发射功率约束以及 RIS 相移矩阵恒模约束下, 提出了一个系统遍历保密速率下界最大化的发射协方差矩阵与 RIS 相移矩阵联合设计方法。首先, 通过大维随机矩阵理论获得遍历保密速率下界和感知 SNR 的渐近表达式。其次, 基于统计信道状态信息, 利用一阶泰勒展开与改进的注水算法, 推导了最优的发射协方差矩阵, 并利用障碍法与投影梯度下降算法, 获得了次优的 RIS 相移矩阵。最后, 仿真结果验证了大系统分析的准确性与所提方案的有效性。

关键词: 通信感知一体化; 智能超表面; 统计信道状态信息; 物理层安全

中图分类号: TN92

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-3750.XXXX.

Secure transmission scheme for RIS enabled bi-static ISAC system based on statistical CSI

LIU Yilong¹, ZHANG Jun², NI Yiyang³

1. Portland Institute, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China

2. College of Telecommunication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China

3. School of Physics and Information Engineering, Jiangsu Second Normal University, Nanjing 210013, China

Abstract: Considering the issues of communication and sensing securities for the reconfigurable intelligent surface (RIS) enabled integrated sensing and communication system, a joint design for the transmit covariance matrix and the reflection matrix of the RIS is proposed to maximize the ergodic secrecy rate under the constraints of legal sensing signal-to-noise ratio (SNR), eavesdropper sensing SNR, transmit power, and the constant modulus for the reflection matrix of the RIS. Firstly, the asymptotic ergodic secrecy rate lower bound and the asymptotic sensing SNRs are derived by exploiting the large dimensional random matrix theory. Then, based on the statistical channel state information, the optimal closed-form optimal solution for the transmit covariance matrix is derived by exploiting the modified water-filling algorithm and the first-order Taylor series expansion, and sub-optimal the reflection matrix of the RIS is obtained by employing the barrier method and the projected gradient ascent method. Finally, numerical simulations validate the accuracy of the large-system analysis and the superiority of the proposed method.

Key words: integrated sensing and communication (ISAC), reconfigurable intelligent surface (RIS), statistical channel state information (CSI), physical layer security

收稿日期: XXXX-XX-XX; 修回日期: XXXX-XX-XX

通信作者: 张军, zhangjun@njupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (No.62071247, No.62471204); 江苏省高校自然科学研究重大项目 (No.24KJA510003)

Foundation Items: National Natural Science Foundation of China (No. 62071247 and 62471204), Major Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Jiangsu Province (No. 24KJA510003)

0 引言

近年来,车联网、智能制造以及低空经济等新兴应用不断演进,对未来第六代移动通信系统(The Sixth-Generation Mobile Communication System, 6G)提出了多维度的极致性能要求^[1-3]。为此,需要将无线通信与感知功能深度融合,以提供高质量无线连接和高分辨率感知能力。通信感知一体化(Integrated Sensing and Communications, ISAC)技术通过共享平台与资源,例如基站、天线、频谱、波形等,在同一无线网络中同时执行无线通信与感知进程以提供高质量的通信与感知能力,有效地解决了6G网络中由于通信、感知设备与服务爆炸式增长引起的频谱拥塞问题,为各类6G新兴应用的实现提供了途径,在能量效率、频谱效率以及硬件效率等方面具有相当大的优势^[4]。因此,ISAC已成为6G技术与业务的主导趋势之一,受到学术界与产业界的广泛关注^[5]。

为确保ISAC系统在复杂或恶劣环境下仍具有全面且可靠的覆盖范围,智能超表面(Reconfigurable Intelligent Surface, RIS)^[6]被引入。RIS利用大量低成本的无源电磁元件控制反射信号的相位,即实现无源波束成形,在基本不引入额外功耗的前提下为通信与感知过程建立虚拟视距链路,显著扩大了ISAC系统的信号覆盖范围。在文献[7]中,作者提出了一种发射波束成形和RIS相移矩阵的联合设计方案,在满足通信服务质量要求下最大化多目标检测信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)的加权和,验证了在ISAC系统中部署RIS的优势。在文献[8]中,作者研究了RIS在缓解ISAC系统多用户干扰方面的应用,并提出了一种联合发射波束成形向量与离散RIS相移矩阵的设计方案,以在满足感知精度约束下最小化系统的用户间干扰。之后,在文献[9]中,作者研究了一种RIS辅助的ISAC系统,并提出了一种感知辅助通信的两阶段传输框架,以实现更高的通信速率与更为精细的感知。

另外,由于无线传输的广播特性,ISAC系统所使用联合传输波形中包含的机密信息容易被窃听,造成了严重的安全性威胁^[10]。由于RIS通过无源波束成形能够同时增强期望接收机处的信号功率并抑制非期望接收机处的信号功率,因此RIS被广泛应用于ISAC系统中,以提高ISAC系统的通信安

全性。在文献[11]中,作者研究了使用RIS增强ISAC系统的物理层安全性,提出了一种RIS相移以及基站通信与感知波束成形的联合设计方法,在保证系统感知性能的前提下防止通信信息被窃听,同时讨论了所提方案在通信与感知之间的性能折衷。在文献[12]中,作者研究了一个RIS辅助ISAC系统,基站通过传输专用感知与承载通信信息的联合信号在防止通信信息泄漏的同时提高系统感知性能。然而,以上研究均只关注于ISAC系统的通信安全性,而忽略了ISAC系统的感知安全性。在实际应用中,感知目标的信道状态信息(Channel State Information, CSI),例如位置和速度等,可能会被恶意窃听站拦截或非法感知,从而带来新的感知安全性威胁。此时,传统的基于电磁隐身的方法,例如使用电磁波吸收材料包裹目标,是不适用的,这是由于这种方法虽然能够阻止窃听站的非法感知,但同时也会阻止合法基站感知目标。得益于RIS的低成本、低重量以及低功耗等优势,在目标处(例如无人机)部署RIS是完全可行的^[13]。因此,文献[14, 15]基于部署在目标处的RIS对ISAC系统的感知安全性展开研究。具体而言,在文献[14]中,作者考虑基于部署在目标处的RIS进行感知安全性研究,通过设计RIS相移矩阵以提高合法基站对目标的感知SNR,同时降低窃听站对目标的感知SNR。之后,在文献[15]中,作者基于部署在目标处的RIS对ISAC系统的感知安全性展开进一步研究,针对所考虑的不同场景,通过联合优化发射波束成形向量和RIS相移矩阵以在满足用户的通信需求下最小化窃听站的接收信号功率。

尽管现有研究已经分别对ISAC系统中的通信安全性问题与感知安全性问题进行了研究,但在实际应用中,往往需要综合考虑ISAC系统的通信与感知安全性问题。另外,值得注意的是,以上文献均基于瞬时CSI进行分析与设计。然而,由于无线信道的时变特性以及RIS架构的低复杂度无源特性,RIS辅助多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)系统中瞬时CSI的获取往往极具挑战性^[16]。同时,与瞬时CSI相比较,统计CSI往往在许多连续的相干时间内保持稳定,且易于获取,能够显著降低CSI的获取开销^[17-21]。因此,为解决上述挑战,本文基于统计CSI对ISAC系统中通信与感知的安全性问题进行研究,通过在目标处部署

RIS 以实现安全通信与感知。本文具体工作内容如下:

(1) 针对 RIS 辅助的安全 ISAC 系统, 在合法感知 SNR 约束、窃听感知 SNR 约束、发射功率约束以及 RIS 相移矩阵恒模约束下, 提出了一个系统遍历保密速率下界最大化的发射协方差矩阵与 RIS 相移矩阵联合设计方法。

(2) 首先, 通过大维随机矩阵理论获得遍历保密速率下界与感知 SNR 的渐近表达式。其次, 利用一阶泰勒展开与改进的注水算法, 推导了最优的发射协方差矩阵, 并利用障碍法与投影梯度下降算法, 获得了次优的 RIS 相移矩阵。最后, 提出一种交替优化算法对以上两矩阵进行交替求解。

(3) 仿真结果验证了大系统分析的准确性与所提方案的有效性。另外, 值得注意的是, 所提方案仅基于统计 CSI 进行, 大幅降低了求解遍历过程中使用蒙特卡洛平均所带来的巨大计算复杂度。

1 系统模型与问题描述

1.1 传输模型

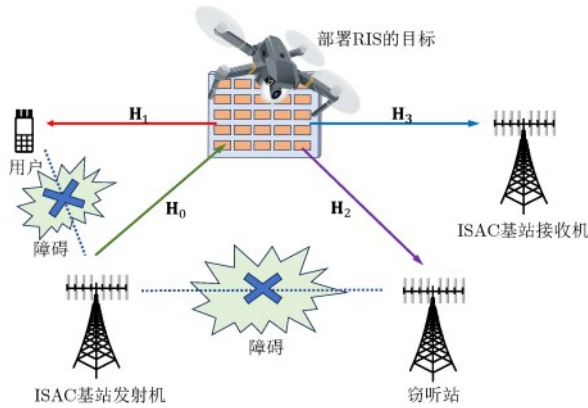


图1 目标部署RIS使能的安全双基站ISAC系统

考虑一个目标（例如无人机等）部署RIS使能的安全双基站ISAC系统, 如图1所示, ISAC发射机向用户广播信号, ISAC接收机基于所接收到的信号进行目标感知, 窃听站期望窃听通信信息同时对目标进行非法感知。认为ISAC发射机、ISAC接收机、用户以及窃听站分别部署 N_t 、 N_r 、 L_1 以及 L_2 根天线的均匀线性阵列。不失一般性的, 认为 $N_t = N_r = N$ 。RIS 部署 $M = M_1 \times M_2$ 个无源元件的均匀平面阵列。

发射信号 $\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 以同时进行通信与感知进程, 其中信息向量 $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_s \times 1}$ 为零均值单位方差

的复高斯随机变量, $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N \times N_s}$ 为发射波束成形矩阵, N_s 为数据流长度。因此, $\mathbf{x}$ 的协方差矩阵可以表示为 $\mathbf{Q} = \mathbb{E} \{ \mathbf{x}\mathbf{x}^H \} = \mathbf{W}\mathbf{W}^H \succeq \mathbf{0}$, 则基站发射功率约束为 $\text{tr} \mathbf{Q} \leq NP_0$, 其中 NP_0 为 ISAC 发射机功率预算。因此, 用户处、窃听站处以及 ISAC 接收机处接收信号 $\mathbf{y}_1 \in \mathbb{C}^{L_1 \times 1}$ 、 $\mathbf{y}_2 \in \mathbb{C}^{L_2 \times 1}$ 与 $\mathbf{y}_3 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 分别为

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{H}_1 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{x} + \mathbf{z}_1 \quad (1a)$$

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{H}_2 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{x} + \mathbf{z}_2 \quad (1b)$$

$$\mathbf{y}_3 = \mathbf{H}_3 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{x} + \mathbf{z}_3 \quad (1c)$$

其中, $\mathbf{z}_1$ 、 $\mathbf{z}_2$ 与 $\mathbf{z}_3$ 分别表示用户处、窃听站处以及 ISAC 接收机处接收到的加性复高斯白噪声, 方差分别为 σ_1^2 、 σ_2^2 与 σ_3^2 , $\mathbf{H}_0 \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 、 $\mathbf{H}_1 \in \mathbb{C}^{L_1 \times M}$ 、 $\mathbf{H}_2 \in \mathbb{C}^{L_2 \times M}$ 与 $\mathbf{H}_3 \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 分别表示 ISAC 发射机与 RIS、RIS 与用户、RIS 与窃听站以及 RIS 与 ISAC 接收机之间的信道, $\Phi = \text{diag}(e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2}, \dots, e^{j\phi_M})$ 为 RIS 的相移矩阵, 其中 $\phi_m \in [0, 2\pi)$ 为 RIS 第 m 元件的相移, 符号 $\text{diag}(\mathbf{a})$ 表示以向量 $\mathbf{a}$ 作为主对角线元素构造对角矩阵。采用莱斯 Kronecker 模型^[22]以表征各 MIMO 信道的空间相关性, 如下所示:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{R}_i^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{iid},i} \mathbf{T}_i^{\frac{1}{2}} + \bar{\mathbf{H}}_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \quad (2)$$

其中, 矩阵 $\mathbf{R}_0 \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 、 $\mathbf{T}_0 \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 、 $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{C}^{L_1 \times L_1}$ 、 $\mathbf{T}_1 \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 、 $\mathbf{R}_2 \in \mathbb{C}^{L_2 \times L_2}$ 、 $\mathbf{T}_2 \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 、 $\mathbf{R}_3 \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 以及 $\mathbf{T}_3 \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 表征各信道空间相关性, $\mathbf{H}_{\text{iid},0} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ 、 $\mathbf{H}_{\text{iid},1} \in \mathbb{C}^{L_1 \times M}$ 、 $\mathbf{H}_{\text{iid},2} \in \mathbb{C}^{L_2 \times M}$ 与 $\mathbf{H}_{\text{iid},3} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 表示各信道的随机分量, 其中各矩阵中的元素均为独立同分布的复高斯随机变量, 均值为零, 方差分别为 $\frac{1}{N}$ 、 $\frac{1}{M}$ 、 $\frac{1}{M}$ 与 $\frac{1}{N}$, $\bar{\mathbf{H}}_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 为各信道的视距路径分量。为简化分析, 通过对 $\mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \bar{\mathbf{H}}_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 进行归一化处理以表征莱斯因子 $\kappa_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 与复信道增益 $\alpha_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 的影响, 如下所示:

$$\text{tr} \mathbf{R}_0 = \alpha_0 M, \text{tr} \mathbf{T}_0 = \frac{1}{\kappa_0 + 1} N, \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_0 \bar{\mathbf{H}}_0^H = \frac{\kappa_0}{\kappa_0 + 1} \alpha_0 M \quad (3a)$$

$$\text{tr} \mathbf{R}_1 = \alpha_1 L_1, \text{tr} \mathbf{T}_1 = \frac{1}{\kappa_1 + 1} M, \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_1 \bar{\mathbf{H}}_1^H = \frac{\kappa_1}{\kappa_1 + 1} \alpha_1 L_1 \quad (3b)$$

$$\text{tr} \mathbf{R}_2 = \alpha_2 L_2, \text{tr} \mathbf{T}_2 = \frac{1}{\kappa_2 + 1} M, \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_2 \bar{\mathbf{H}}_2^H = \frac{\kappa_2}{\kappa_2 + 1} \alpha_2 L_2 \quad (3c)$$

$$\text{tr} \mathbf{R}_3 = \alpha_3 N, \text{tr} \mathbf{T}_3 = \frac{1}{\kappa_3 + 1} M, \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_3 \bar{\mathbf{H}}_3^H = \frac{\kappa_3}{\kappa_3 + 1} \alpha_3 N \quad (3d)$$

其中, 莱斯因子 $\kappa_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 建模为

$$\kappa_i = \frac{\|\bar{\mathbf{H}}_i\|_F^2}{\mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},i}} \|\mathbf{R}_i^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{iid},i} \mathbf{T}_i^{\frac{1}{2}}\|_F^2}, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \quad (4)$$

其中, 符号 $\|\cdot\|_F^2$ 表示矩阵的 Frobenius 范数。

1.2 系统性能

认为 ISAC 发射机仅能够获取统计 CSI, 包括 $\mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \bar{\mathbf{H}}_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$, 由此得到系统遍历保密速率下界, 即最坏情况下能够获得的遍历保密速率^[23, 24], 表示为 $C = (C_1 - C_2)^+$, 其中 C_1 与 C_2 分别为用户与窃听站获得的遍历速率, 表示为

$$C_i = \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{isd},0}, \mathbf{H}_{\text{isd},i}} \log_2 \det \left\{ \mathbf{I}_{L_i} + \frac{1}{\sigma_i^2} \mathbf{H}_i \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{Q} \mathbf{H}_0^H \Phi^H \mathbf{H}_i^H \right\}, \forall i \in \{1, 2\} \quad (5)$$

对感知进程而言, 雷达的感知 SNR 决定了目标的检测性能和定位性能, 因此, 感知 SNR 作为感知的性能指标被广泛应用于 ISAC 系统^[25, 26]。可得到 ISAC 接收机以及窃听站处的感知 SNR 分别为

$$\gamma_1 = \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{isd},0}, \mathbf{H}_{\text{isd},3}} \left\{ \left\| \frac{\mathbf{H}_3 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{x}}{\mathbf{z}_3} \right\|^2 \right\} \quad (6a)$$

$$= \frac{\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{isd},0}, \mathbf{H}_{\text{isd},3}} \left\{ \mathbf{H}_3 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{Q} \mathbf{H}_0^H \Phi^H \mathbf{H}_3^H \right\}}{\sigma_3^2}$$

$$\gamma_2 = \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{isd},0}, \mathbf{H}_{\text{isd},2}} \left\{ \left\| \frac{\mathbf{H}_2 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{x}}{\mathbf{z}_2} \right\|^2 \right\} \quad (6b)$$

$$= \frac{\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{isd},0}, \mathbf{H}_{\text{isd},2}} \left\{ \mathbf{H}_2 \Phi \mathbf{H}_0 \mathbf{Q} \mathbf{H}_0^H \Phi^H \mathbf{H}_2^H \right\}}{\sigma_2^2}$$

1.3 问题描述

为保证 ISAC 系统通信与感知安全性, 本文的研究目标是在合法感知 SNR 约束、窃听感知 SNR 约束、发射功率约束以及 RIS 相移矩阵恒模约束下, 通过联合设计基站发射协方差矩阵与 RIS 相移矩阵, 实现系统遍历保密速率下界的最大化。所构建的优化问题如下所示:

$$\begin{aligned} (\text{P1}) \quad & \max_{\mathbf{Q}, \Phi} \quad C = (C_1 - C_2)^+ \\ \text{s.t.} \quad & \gamma_1 \geq \gamma_0, \gamma_2 \leq \gamma'_0 \\ & \text{tr} \mathbf{Q} \leq NP_0, \mathbf{Q} \succeq \mathbf{0} \\ & 0 \leq \phi_m \leq 2\pi, \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (7)$$

其中, γ_0 与 γ'_0 分别为 ISAC 接收机与窃听站的感知 SNR 约束。所设置的感知性能约束保证了合法感知的正常进行, 同时保证非法感知无法正常进行, 进

而保证了系统的安全感知性能。由于问题(P1)的目标函数是非凸的, 且对于 RIS 存在恒模约束, 问题(P1)是非凸问题。另外, 目标函数中 C_1 与 C_2 均为遍历速率, 约束条件中 γ_1 与 γ_2 均为遍历 SNR, 其求解过程是一个蒙特卡洛过程, 带来极高的计算复杂度。综上所述, 问题(P1)难以求解。为解决以上难题, 本文提出一个基于大系统分析的新方法对问题(P1)进行求解。

2 发射协方差矩阵与 RIS 相移矩阵的联合设计

本节中, 首先通过大维随机矩阵理论得到遍历保密速率下界与感知 SNR 的渐近表达式, 并基于此重构问题(P1)。其次, 通过一种交替优化算法分别对发射协方差矩阵与 RIS 相移矩阵进行求解, 其中发射协方差矩阵通过一阶泰勒展开与一种改进的注水算法得到, RIS 相移矩阵通过障碍法与投影梯度下降算法得到。

2.1 大系统分析

为对遍历保密速率下界进行分析, 认为 ISAC 发射机、ISAC 接收机、用户以及窃听站处天线数目均趋于无穷, 以构建大系统环境, 基于文献[17]中的命题 1 可得到如下推论。

推论 1: 在大系统环境中, 遍历速率 C_1 与 C_2 满足 $C_i - \bar{C}_i \xrightarrow{\text{a.s.}} 0, \forall i \in \{1, 2\}$, 其中, 符号 $\xrightarrow{\text{a.s.}}$ 表示渐近收敛, $\bar{C}_1$ 与 $\bar{C}_2$ 分别表示为

$$\begin{aligned} \bar{C}_1 = & \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{L_1} + \frac{e_1}{\sigma_1^2} \mathbf{R}_1 \right) + \log_2 \det (\mathbf{I}_M + e_1 \Phi^H \Psi_1 \Phi \mathbf{R}_0) \\ & + \log_2 \det (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_1 \mathbf{Q}) - Ne_1 \tilde{e}_1 - Me_2 \tilde{e}_2 \end{aligned} \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_2 = & \log_2 \det \left(\mathbf{I}_{L_2} + \frac{e_2}{\sigma_2^2} \mathbf{R}_2 \right) + \log_2 \det (\mathbf{I}_M + e_2 \Phi^H \Psi_2 \Phi \mathbf{R}_0) \\ & + \log_2 \det (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2 \mathbf{Q}) - Ne_3 \tilde{e}_3 - Me_4 \tilde{e}_4 \end{aligned} \quad (8b)$$

其中, $e_i, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 与 $\tilde{e}_i, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 分别为

$$e_1 = \frac{1}{N} \text{tr} (\mathbf{I}_N + \bar{\mathbf{H}}_0 \Theta_1^{-1} \Psi_1 \bar{\mathbf{H}}_0^H \mathbf{Q} + \tilde{e}_1 \mathbf{T}_0 \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{T}_0 \mathbf{Q} \quad (9a)$$

$$e_2 = \frac{1}{M} \text{tr} (e_1 \mathbf{R}_0 \Theta_1^{-1} + \Pi_1 \Pi_1^H) \Phi^H \mathbf{T}_1 \Phi \quad (9b)$$

$$e_3 = \frac{1}{N} \text{tr} (\mathbf{I}_N + \bar{\mathbf{H}}_0 \Theta_3^{-1} \Psi_2 \bar{\mathbf{H}}_0^H \mathbf{Q} + \tilde{e}_3 \mathbf{T}_0 \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{T}_0 \mathbf{Q} \quad (9c)$$

$$e_4 = \frac{1}{M} \text{tr} (e_3 \mathbf{R}_0 \Theta_3^{-1} + \Pi_2 \Pi_2^H) \Phi^H \mathbf{T}_2 \Phi \quad (9d)$$

$$\tilde{e}_1 = \frac{1}{N} \text{tr}(\Theta_1^{-1} \Psi_1 - \Psi_1 \Pi_1 \Pi_1^H \Psi_1^H) R_0 \quad (9e)$$

$$\begin{aligned} \tilde{e}_2 = & \frac{1}{M} \text{tr}(\Theta_2^{-1} - e_1 \Theta_2^{-1} \bar{H}_1 R_0 \Theta_2^{-1} \bar{H}_1^H \Theta_2^{-1}) R_1 \\ & + \frac{1}{M} \text{tr}(\Theta_2^{-1} \bar{H}_1 \Pi_1 \Pi_1^H \bar{H}_1^H \Theta_2^{-1}) R_1 \end{aligned} \quad (9f)$$

$$\tilde{e}_3 = \frac{1}{N} \text{tr}(\Theta_3^{-1} \Psi_2 - \Psi_2 \Pi_2 \Pi_2^H \Psi_2^H) R_0 \quad (9g)$$

$$\begin{aligned} \tilde{e}_4 = & \frac{1}{M} \text{tr}(\Theta_4^{-1} - e_3 \Theta_4^{-1} \bar{H}_2 R_0 \Theta_4^{-1} \bar{H}_2^H \Theta_4^{-1}) R_2 \\ & + \frac{1}{M} \text{tr}(\Theta_4^{-1} \bar{H}_2 \Pi_2 \Pi_2^H \bar{H}_2^H \Theta_4^{-1}) R_2 \end{aligned} \quad (9h)$$

其中, $F_i, \Psi_i, \Pi_i, \forall i \in \{1, 2\}$ 以及 $\Theta_i, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 分别表示为

$$F_i = \bar{H}_0^H (I_M + e_{2i-1} \Phi^H \Psi_i \Phi R_0)^{-1} \Phi^H \Psi_i \Phi \bar{H}_0 + \tilde{e}_{2i-1} T_0, \forall i \in \{1, 2\} \quad (10a)$$

$$\Psi_i = \bar{H}_i^H \Theta_{2i}^{-1} \bar{H}_i + \tilde{e}_{2i} T_i, \forall i \in \{1, 2\} \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} \Pi_i = & \Theta_{2i-1}^{-1} \bar{H}_0 (I_N + \bar{H}_0^H \Theta_{2i-1}^{-1} \Psi_i \bar{H}_0 + \\ & \tilde{e}_{2i-1} T_0)^{-1}, \forall i \in \{1, 2\} \end{aligned} \quad (10c)$$

$$\Theta_1 = I_M + e_1 \Psi_1 R_0 \quad (10d)$$

$$\Theta_2 = \sigma_1^2 I_{L_1} + e_2 R_1 \quad (10e)$$

$$\Theta_3 = I_M + e_3 \Psi_2 R_0 \quad (10f)$$

$$\Theta_4 = \sigma_2^2 I_{L_2} + e_4 R_2 \quad (10g)$$

尽管推论1是在大系统环境下获得的,但在天线数目较小的情况下,推论1仍能取得较好的近似效果^[17, 27]。本文考虑用户遍历速率超过窃听站遍历速率的情况,基于推论1,可得到遍历保密速率下界的渐近表达式为 $\bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi) = \bar{C}_1 - \bar{C}_2$ 。

之后,将ISAC接收机处感知SNR重写为

$$\gamma_1 = \frac{\text{tr} \mathbb{E}_{H_{\text{iid},0}, H_{\text{iid},3}} \left\{ \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \mathbf{G}_i \mathbf{Q} \mathbf{G}_j^H \right\}}{\sigma_3^2} \quad (11)$$

其中,辅助矩阵 $\mathbf{G}_i, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 表示为

$$\mathbf{G}_1 = \mathbf{R}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{iid},3} \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \Phi \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{iid},0} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \quad (12a)$$

$$\mathbf{G}_2 = \mathbf{R}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{iid},3} \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \quad (12b)$$

$$\mathbf{G}_3 = \bar{\mathbf{H}}_3 \Phi \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{iid},0} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \quad (12c)$$

$$\mathbf{G}_4 = \bar{\mathbf{H}}_3 \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \quad (12d)$$

对式(11)进行分析,可在推论2中推导出ISAC接收机处感知SNR在大系统的渐近表达式。

推论2: ISAC接收机处感知SNR的渐近表达式如下所示:

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_1 = & \frac{1}{\sigma_3^2} \left\{ \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_3 \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_3^H \right. \\ & + \frac{1}{N} \text{tr} \left\{ \left(\mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_3^H \bar{\mathbf{H}}_3 \Phi \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \right)^H \otimes \left(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{N} \text{tr} \left\{ \mathbf{R}_3^H \otimes \left(\mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \\ & \left. + \frac{1}{M^2 N} \text{tr}(\Phi^H \mathbf{T}_3 \Phi \mathbf{R}_0) \text{tr}(\mathbf{T}_0 \mathbf{Q}) \text{tr} \mathbf{R}_3 \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

推论2的证明过程见附录5.1。同理,可以得到窃听站处感知SNR在大系统的渐近表达式为

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_2 = & \frac{1}{\sigma_2^2} \left\{ \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_2 \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_2^H \right. \\ & + \frac{1}{N} \text{tr} \left\{ \left(\mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_2^H \bar{\mathbf{H}}_2 \Phi \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \right)^H \otimes \left(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{N} \text{tr} \left\{ \mathbf{R}_2^H \otimes \left(\mathbf{T}_2^{\frac{1}{2}} \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \mathbf{T}_2^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \\ & \left. + \frac{1}{M^2 N} \text{tr}(\Phi^H \mathbf{T}_2 \Phi \mathbf{R}_0) \text{tr}(\mathbf{T}_0 \mathbf{Q}) \text{tr} \mathbf{R}_2 \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

如式(13)与式(14)所示,得到的渐近感知SNR中仅包含统计CSI。基于以上分析,问题(P1)等价于以下问题:

$$\begin{aligned} (\text{P2}) \quad & \max_{\mathbf{Q}, \Phi} \quad \bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi) = \bar{C}_1 - \bar{C}_2 \\ \text{s.t.} \quad & \bar{\gamma}_1 \geq \gamma_0, \bar{\gamma}_2 \leq \gamma'_0 \\ & \text{tr} \mathbf{Q} \leq N P_0, \mathbf{Q} \geq \mathbf{0} \\ & 0 \leq \phi_m \leq 2\pi, \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (15)$$

之后,使用一种交替优化方法分别对 $\mathbf{Q}$ 与 Φ 进行求解。

2.2 发射协方差矩阵的设计

由于 $\bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi)$ 对于 $\mathbf{Q}$ 是非凸的,基于 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 处的一阶泰勒展开对 $\bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi)$ 进行近似处理,如下所示

$$\begin{aligned} \tilde{C}(\mathbf{Q}, \Phi) = & \log_2 \det(I_M + e_1 \Phi^H \Psi_1 \Phi R_0) + N e_3 \tilde{e}_3 + M e_4 \tilde{e}_4 \\ & + \log_2 \det \left(I_{L_1} + \frac{e_2}{\sigma_1^2} R_1 \right) + \log_2 \det(I_N + F_1 \mathbf{Q}) \\ & - \log_2 \det(I_M + e_3 \Phi^H \Psi_2 \Phi R_0) - N e_1 \tilde{e}_1 - M e_2 \tilde{e}_2 \\ & - \log_2 \det \left(I_{L_2} + \frac{e_4}{\sigma_2^2} R_2 \right) - \log_2 \det(I_N + F_2 \tilde{\mathbf{Q}}) \\ & - \text{tr} \left(I_N + F_2 \tilde{\mathbf{Q}} \right)^{-1} F_2 (\mathbf{Q} - \tilde{\mathbf{Q}}) \end{aligned} \quad (16)$$

得到的 $\tilde{C}(\mathbf{Q}, \Phi)$ 对于 $\mathbf{Q}$ 为凸函数,证明过程见附录5.2。之后,给定 Φ ,可将问题(P2)转换为

$$\begin{aligned} (\text{P3}) \quad & \max_{\mathbf{Q}} \quad \tilde{C}(\mathbf{Q}, \Phi) \\ \text{s.t.} \quad & \bar{\gamma}_1 \geq \gamma_0, \bar{\gamma}_2 \leq \gamma'_0 \\ & \text{tr} \mathbf{Q} \leq N P_0, \mathbf{Q} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (17)$$

由于问题(P3)目标函数相对于 $\mathbf{Q}$ 为凸函数, 且约束条件所确定的可行集为 $\mathbf{Q}$ 的凸集, 问题(P3)为凸问题。因此, 可以在定理1中通过一种改进的注水算法给出在泰勒展开点 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 处问题(P3)的闭式最优解。

定理1: 在泰勒展开点 $\tilde{\mathbf{Q}}$, 发射协方差矩阵的闭式最优解为

$$\mathbf{Q} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{V} \mathbf{K}^{-1} \quad (18)$$

其中, $\mathbf{K} = \mathbf{F}_2^{\frac{1}{2}} (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2^{\frac{1}{2}} \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{F}_2^{\frac{1}{2}})^{-1} \mathbf{F}_2^{\frac{1}{2}} - \lambda_1 \mathbf{D}_1 + \lambda_2 \mathbf{D}_2 + \nu \mathbf{I}_N$, $\mathbf{D}_1$ 与 $\mathbf{D}_2$ 分别表示 $\bar{\gamma}_1$ 与 $\bar{\gamma}_2$ 相对于 $\mathbf{Q}$ 的导数, 定义为式(39), $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \nu \geq 0$ 以及 $\mathbf{Y} \geq \mathbf{0}$ 分别为与合法感知 SNR 约束、窃听感知 SNR 约束、发射功率约束以及 $\mathbf{Q}$ 半正定约束相关的拉格朗日算子, 基于式(44)得到。

定理1的证明过程如附录5.3所示。最终, 最优的发射协方差矩阵可通过一种基于迭代的方法求解, 如算法1所示。

算法1: 发射协方差矩阵的优化

- (1) 初始化: $\mathbf{Q}^{(0)} = \tilde{\mathbf{Q}}^{(0)} = \mathbf{I}_N, e_i^{(0)} = \tilde{e}_i^{(0)} = 1, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}, j = 0$, 阈值 $\varepsilon = 10^{-5}$;
- (2) 基于式(16)计算 $\tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}^{(0)}, \Phi)$;
- (3) 步骤1
 - (a) $j = j + 1$;
- (b) 基于式(9)计算 $e_i^{(j)}, \tilde{e}_i^{(j)}, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$;
- (c) 基于定理1更新 $\mathbf{Q}^{(j)}$;
- (d) 更新 $\tilde{\mathbf{Q}}^{(j)} \leftarrow \mathbf{Q}^{(j)}$;
- (4) 循环步骤1直到 $|\tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}^{(j)}, \Phi) - \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}^{(j-1)}, \Phi)| < \varepsilon$ 。

2.3 RIS 相移矩阵的设计

给定 $\mathbf{Q}$, 问题(P2)可转化为

$$\begin{aligned} \text{(P4)} \quad & \max_{\Phi} \quad \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}, \Phi) \\ \text{s.t.} \quad & \bar{\gamma}_1 \geq \gamma_0, \bar{\gamma}_2 \leq \gamma'_0 \\ & 0 \leq \phi_m \leq 2\pi, \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (19)$$

本文使用障碍法^[28]解决该问题, 通过定义对数障碍函数 $B(\Phi) = \log_2(\bar{\gamma}_1 - \gamma_0) + \log_2(\gamma'_0 - \bar{\gamma}_2)$ 以处理约束条件 $\bar{\gamma}_1 \geq \gamma_0, \bar{\gamma}_2 \leq \gamma'_0$, 由此问题(P4)等价于

$$\begin{aligned} \text{(P5)} \quad & \max_{\Phi} \quad \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}, \Phi) - \frac{1}{\delta} B(\Phi) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq \phi_m \leq 2\pi, \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (20)$$

其中, δ 表征障碍的幅度。使用投影梯度下降算法^[29]可以在较低复杂度下获得问题(P5)的次优解,

具体而言, 目标函数 $\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}, \Phi) - \frac{1}{\delta} B(\Phi)$ 对 $[\Phi]_{m,m}$ 求偏导得到

$$\begin{aligned} [p]_m &= \frac{\partial \left\{ \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{Q}, \Phi) - \frac{1}{\delta} B(\Phi) \right\}}{\partial [\Phi]_{m,m}} \\ &= e_1 \text{tr} \bar{\Psi}_1^{-1} \Gamma_{1,m} \mathbf{R}_0 + \text{tr} \mathbf{Q} (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_1 \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{H}}_0^H \bar{\Psi}_1^{-1} \Gamma_{1,m} \bar{\mathbf{H}}_0 \\ &\quad - e_1 \text{tr} \mathbf{Q} (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_1 \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{H}}_0^H \bar{\Psi}_1^{-1} \Gamma_{1,m} \mathbf{R}_0 \bar{\Psi}_1^{-1} \Phi^H \Psi_1 \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \\ &\quad - e_3 \text{tr} \bar{\Psi}_2^{-1} \Gamma_{2,m} \mathbf{R}_0 - \text{tr} \mathbf{Q} (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2 \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{H}}_0^H \bar{\Psi}_2^{-1} \Gamma_{2,m} \bar{\mathbf{H}}_0 \\ &\quad + e_3 \text{tr} \mathbf{Q} (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2 \mathbf{Q})^{-1} \bar{\mathbf{H}}_0^H \bar{\Psi}_2^{-1} \Gamma_{2,m} \mathbf{R}_0 \bar{\Psi}_2^{-1} \Phi^H \Psi_2 \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \\ &\quad - \frac{1}{\delta} (\mathbf{D}_{3,m} + \mathbf{D}_{4,m}), \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\bar{\Psi}_i, \Gamma_{i,m}, \forall i \in \{1, 2\}, \mathbf{D}_{3,m}, \mathbf{D}_{4,m}$ 表示为

$$\bar{\Psi}_i = \mathbf{I}_M + e_{2i-1} \Phi^H \Psi_i \Phi \mathbf{R}_0, \forall i \in \{1, 2\} \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{i,m} &= \frac{\partial \Phi^H \Psi_i \Phi}{\partial [\Phi]_{m,m}} \\ &= \Phi^H \Psi_i \mathbf{J}_{m,m} - [\Phi]_{m,m}^{-2} \mathbf{J}_{m,m} \Psi_i \Phi, \forall i \in \{1, 2\}, \\ &\quad \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (22b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{3,m} &= \frac{\partial \log_2(\bar{\gamma}_1 - \gamma_0)}{\partial [\Phi]_{m,m}} \\ &= \frac{1}{(\bar{\gamma}_1 - \gamma_0) \sigma_3^2 \ln 2} \left\{ \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Gamma_{3,m} \right. \\ &\quad + \frac{1}{N} \text{tr}(\mathbf{R}_0 \Gamma_{3,m}) \text{tr}(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{N} \text{tr} \mathbf{R}_3^H \text{tr}(\bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Gamma_{4,m}) \\ &\quad \left. + \frac{1}{M^2 N} \text{tr}(\mathbf{R}_0 \Gamma_{4,m}) \text{tr}(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}}) \text{tr} \mathbf{R}_3 \right\}, \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (22c)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{4,m} &= \frac{\partial \log_2(\gamma'_0 - \bar{\gamma}_2)}{\partial [\Phi]_{m,m}} \\ &= -\frac{1}{(\gamma'_0 - \bar{\gamma}_2) \sigma_2^2 \ln 2} \left\{ \text{tr} \bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Gamma_{5,m} \right. \\ &\quad + \frac{1}{N} \text{tr}(\mathbf{R}_0 \Gamma_{5,m}) \text{tr}(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{N} \text{tr} \mathbf{R}_2^H \text{tr}(\bar{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \bar{\mathbf{H}}_0^H \Gamma_{6,m}) \\ &\quad \left. + \frac{1}{M^2 N} \text{tr}(\mathbf{R}_0 \Gamma_{6,m}) \text{tr}(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}}) \text{tr} \mathbf{R}_2 \right\}, \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (22d)$$

其中, $\mathbf{J}_{m,m} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 表示一个第 (m, m) 项为1其他项为0的矩阵, 符号 $[\cdot]_{m,m}$ 表示取矩阵的第 m 行第 m 列元素, $\Gamma_{i,m}, \forall i \in \{3, 4, 5, 6\}$ 表示为

$$\begin{aligned} \Gamma_{3,m} &= -[\Phi]_{m,m}^{-2} \mathbf{J}_{m,m} \bar{\mathbf{H}}_3^H \bar{\mathbf{H}}_3 \Phi + \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_3^H \bar{\mathbf{H}}_3 \mathbf{J}_{m,m}, \\ &\quad \forall 1 \leq m \leq M \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\Gamma_{4,m} = -[\Phi]_{m,m}^{-2} \mathbf{J}_{m,m} \mathbf{T}_3 \Phi + \Phi^H \mathbf{T}_3 \mathbf{J}_{m,m}, \forall 1 \leq m \leq M \quad (23b)$$

$$\Gamma_{5,m} = -[\Phi]_{m,m}^2 J_{m,m} \bar{H}_2^H \bar{H}_2 \Phi + \Phi^H \bar{H}_2^H \bar{H}_2 J_{m,m}, \quad \forall 1 \leq m \leq M \quad (23c)$$

$$\Gamma_{6,m} = -[\Phi]_{m,m}^2 J_{m,m} T_2 \Phi + \Phi^H T_2 J_{m,m}, \quad \forall 1 \leq m \leq M \quad (23d)$$

为满足RIS相移矩阵的恒模约束, 在通过梯度下降得到RIS相移矩阵之后需要将其投影至最近的满足恒模约束的可行点, 由此, 在第 j 轮迭代中得到RIS相移矩阵的解 $\Phi^{(j)}$ 为

$$\Phi^{(j)} = \text{diag} \left\{ e^{j \arg \left(\text{diag}(\Phi^{(j-1)}) + \Delta p^{(j-1)} \right)} \right\} \quad (24)$$

其中, Δ 为梯度下降步长, $p^{(j)}$ 为第 j 轮迭代的梯度方向。

最终, 通过一个双重循环算法得到次优的RIS相移矩阵, 如算法2所示, 其中, 在外循环中, 障碍幅度 δ 不断增大, 直至满足约束条件 $\bar{\gamma}_1 \geq \gamma_0, \bar{\gamma}_2 \leq \gamma_0'$ 。

算法2: RIS相移矩阵的优化

-
- (1) 初始化: $\phi_m^{(0)}, \forall 1 \leq m \leq M$ 于 $[0, 2\pi)$ 中随机生成, $e_i^{(0)} = \tilde{e}_i^{(0)} = 1, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$, 障碍幅度 $\delta = 1, \beta = 2$, 阈值 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-5}$;
- (2) 步骤1
- (a) $j = 0$;
- (b) 基于式(8)计算 $\bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi^{(0)})$;
- (c) 步骤2
- (i) $j = j + 1$;
- (ii) 基于推论1计算 $\mathbf{F}_i, \Psi_i, \forall i \in \{1, 2\}$ 与 $e_i^{(j)}, \tilde{e}_i^{(j)}, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$;
- (iii) 基于(21)更新 $[\mathbf{p}^{(j)}]_m, \forall 1 \leq m \leq M$;
- (iv) 基于(24)更新 $\Phi^{(j)}$;
- (d) 循环步骤2直到 $|\bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi^{(j)}) - \bar{C}(\mathbf{Q}, \Phi^{(j-1)})| < \varepsilon_1$;
- (e) $\delta = \beta\delta$;
- (3) 循环步骤1直到 $\frac{\delta}{\beta} < \varepsilon_2$ 。
-

2.3 交替优化算法

本节中, 提出一种交替优化算法以解决问题(P2), 如算法3所示。之后, 对算法3的收敛性进行分析。一方面, 由于问题(P3)是凸问题, 且 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 由上次迭代中获得的最优解进行更新, 可保证每次迭代获得的遍历保密速率下界单调增加, 因此算法1将收敛。另一方面, 由于RIS相移矩阵恒模约束的存在, 障碍问题(P5)的解将收敛至原问题(P4)的局部最优解。综上, 算法3将收敛。另外, 算法3的计算复杂度表示为 $\mathcal{O} = J_1(J_2 N^3 + J_3 J_4 M^3)$, 其中 $J_i, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 分别表示交替优化算法、算法1、算法2外循环以及算法2内循环的迭代次数。

算法3: 交替优化算法

-
- (1) 初始化: $\mathbf{Q}^{(0)} = \mathbf{I}_N, \phi_m^{(0)}, \forall 1 \leq m \leq M$ 于 $[0, 2\pi)$ 随机生成, $e_i^{(0)} = \tilde{e}_i^{(0)} = 1, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$, 障碍幅度 $\delta = 1, j = 0, \beta = 2$, 阈值 $\varepsilon = 10^{-5}$;
- (2) 基于式(8)计算 $\bar{C}(\mathbf{Q}^{(0)}, \Phi^{(0)})$;
- (3) 步骤1
- (a) $j = j + 1$;
- (b) 基于算法1更新 $\mathbf{Q}^{(j)}$;
- (c) 基于算法2更新 $\Phi^{(j)}$;
- (d) 基于式(8)计算 $\bar{C}(\mathbf{Q}^{(j)}, \Phi^{(j)})$;
- (4) 循环步骤1直到 $|\bar{C}(\mathbf{Q}^{(j)}, \Phi^{(j)}) - \bar{C}(\mathbf{Q}^{(j-1)}, \Phi^{(j-1)})| < \varepsilon$ 。
-

3 仿真结果

在本节中, 给出数值仿真以验证所进行大系统分析的准确性与所提方案的有效性。认为ISAC发射机、用户、窃听站以及ISAC接收机与RIS之间的距离分别为 $d_0 = 30 \text{ m}$, $d_1 = 20 \text{ m}$, $d_2 = 30 \text{ m}$ 以及 $d_3 = 20 \text{ m}$, 俯仰角分别为 $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 80^\circ$ 以及 $\theta_3 = 120^\circ$, 方位角分别为 $\vartheta_0 = 30^\circ$, $\vartheta_1 = 30^\circ$, $\vartheta_2 = 45^\circ$ 以及 $\vartheta_3 = 60^\circ$ 。各个信道的大尺度衰落系数计算为 $\alpha_i = v d_i^{-\tau_i}, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$, 其中, $\tau_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 为相应的路径损耗系数, v 为归一化系数。认为 $\tau_0 = 2, \tau_1 = 2, \tau_2 = 3, \tau_3 = 2, v = 10^{-4}$ 。各天线数目设置为半波长, 各信道莱斯因子均设置为1, 视距链路通过导向矢量建模, 基于 $\theta_i, \vartheta_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}$ 得到^[30, 31]。不失一般性的, 本文采用指数相关模型来刻画各MIMO信道的空间相关性, 如下所示:

$$[\mathbf{T}_0]_{g,k} = t_0^{[g-k]}, [\mathbf{R}_i]_{g,k} = r_i^{[g-k]}, \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (25a)$$

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_{0,h} \otimes \mathbf{R}_{0,v}, \mathbf{T}_i = \mathbf{T}_{i,h} \otimes \mathbf{T}_{i,v}, \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (25b)$$

$$[\mathbf{R}_{0,h}]_{g,k} = r_{0,h}^{[g-k]}, [\mathbf{R}_{0,v}]_{g,k} = r_{0,v}^{[g-k]} \quad (25c)$$

$$[\mathbf{T}_{i,h}]_{g,k} = t_{i,h}^{[g-k]}, [\mathbf{T}_{i,v}]_{i,j} = t_{i,v}^{[g-k]}, \forall i \in \{1, 2, 3\} \quad (25d)$$

其中, g, k 为天线索引, $r_{0,h}, r_{0,v}, r_i \in [0, 1], \forall i \in \{1, 2, 3\}$ 与 $t_0, t_{i,h}, t_{i,v} \in [0, 1], \forall i \in \{1, 2, 3\}$ 为相应的信道空间相关系数。不失一般性的, 认为 $r_{0,h}, r_{0,v}, r_i, t_0, t_{i,h}, t_{i,v} = \varsigma, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ 。除非另有说明, 实验参数设置如表1所示。

为了验证所提方案的有效性与先进性, 引入以下基准方案进行对比: 未优化方案取 $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_N$, Φ 中相移在 $[0, 2\pi)$ 随机取值; 方案1利用统计CSI基于算法1对 $\mathbf{Q}$ 进行优化, Φ 中相移在 $[0, 2\pi)$ 随机取值;

表1 实验参数设置

实验参数	数值
ISAC发射机、接收机天线数目 N	16
RIS元件数目 M	64
用户天线数目 L_1	10
窃听站天线数目 L_2	8
ISAC发射机发射SNR ρ	10 分贝
空间相关性系数 ζ	0.9
合法感知SNR约束 γ_0	5 分贝
窃听感知SNR约束 γ'_0	0 分贝

方案2取 $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_N$ ，利用统计CSI基于算法2对 Φ 进行优化；方案3利用瞬时CSI，基于一阶泰勒展开与改进的注水算法对 $\mathbf{Q}$ 进行优化，基于障碍法与投影梯度下降算法对 Φ 进行优化。

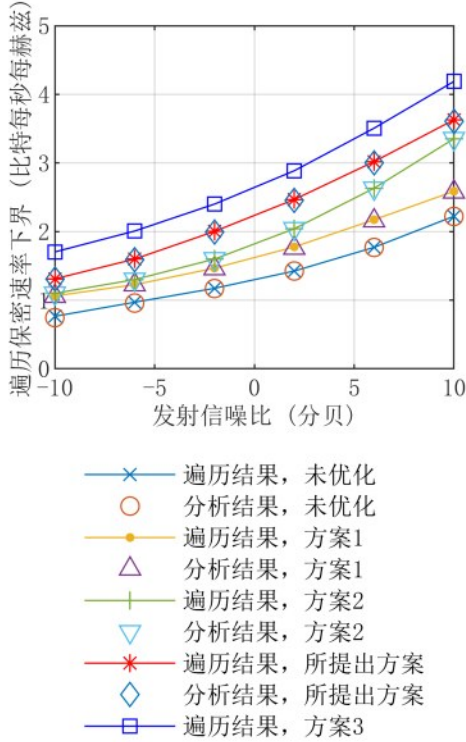


图2 不同传输方案下系统的性能表现

图2对比了不同传输方案下系统的性能表现，其中，分析结果即为推论1中得到的渐近遍历保密速率下界，遍历结果通过 $K = 10000$ 次蒙特卡洛模拟得到。可以看出，得到的分析结果能够与遍历结果完美吻合，验证了所进行大系统渐近分析的准确性，即便在天线数目有限的场景。另外，所提方案性能明显优于方案1与方案2的性能，验证了所提方案的有效性先进性。方案3提供了系统所能实

现的最优性能，即性能上界。尽管方案3性能优于所提方案，但方案3是基于瞬时CSI进行的，由于RIS MIMO系统的瞬时CSI获取具有相当大的挑战，所提方案与方案3的性能差距是可以接受的，即所提方案具备相当大的实用性。另外，如式(5)所示，遍历速率的求解包含对信道的遍历过程，即需要进行 $K = 10000$ 次蒙特卡洛模拟，且每次蒙特卡洛模拟都需要对 $\mathbf{Q}$ 与 Φ 重新进行求解，具有相当大的计算复杂度。而所提方案基于推论1中得到的渐近遍历保密速率下界（分析结果）进行，仅利用统计CSI，而无需进行蒙特卡洛平均。因此，所提方案能够大幅降低求解遍历过程中使用蒙特卡洛平均所带来的巨大计算复杂度。

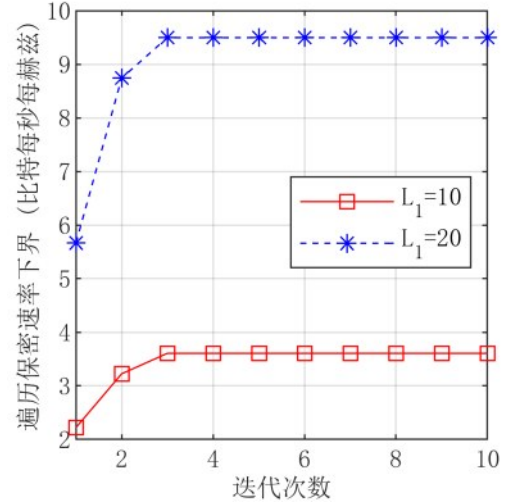


图3 所提交替优化算法的收敛性能

图3展示了所提交替优化算法的收敛性能。可以看出，所提算法具有较好的收敛性，能够在几次迭代中实现收敛。另外，显而易见的，用户部署更多的天线数目能够获得更大的遍历保密速率下界。

图4展示了合法与非法感知SNR渐近表达式的近似效果，其中，遍历结果通过 $K = 10000$ 次蒙特卡洛模拟得到，分析结果通过推论2得到， $\mathbf{Q}$ 与 Φ 不进行优化。可以看出，得到的分析结果能够与遍历结果较为准确的吻合，当RIS元件数目大于40时，两者完美吻合，验证了所提大系统渐近分析的准确性。由于RIS的低成本无源特性，实际系统中部署的RIS元件数目往往大于40，因此所提渐近分析颇具实用性。

图5展示了信道空间相关性对系统性能的影响

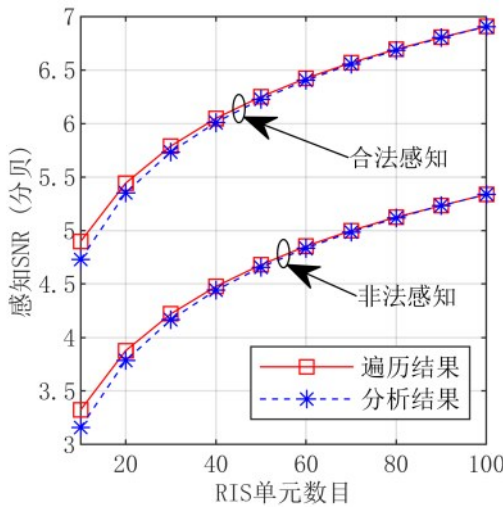


图4 合法与非法感知SNR渐近表达式的近似效果

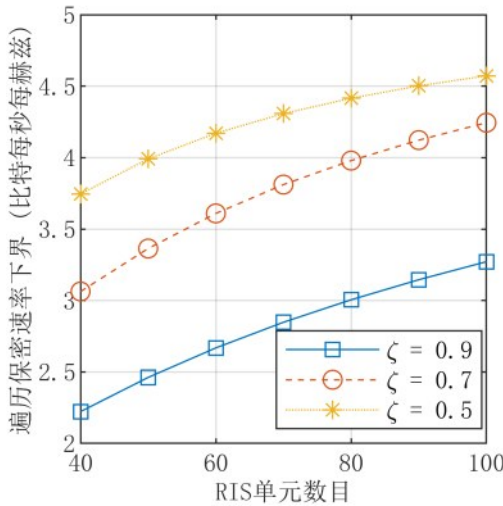


图5 空间相关性对系统性能的影响

响, 其中, 更大的空间相关性系数 ζ 对应更大的空间相关性。可以看出, 更小的信道空间相关性会带来更大的遍历保密速率下界, 这是由于更小的空间相关性会为MIMO信道带来更大的空间自由度, 从而增加了MIMO系统的遍历保密速率下界。另外, 可以看出, RIS单元数目的增加使得系统遍历保密速率下界显著提升。

4 结束语

本文研究了RIS辅助ISAC系统中通信与感知的安全性问题, 通过在合法感知SNR约束、窃听感知SNR约束、发射功率约束以及RIS相移矩阵恒模约束下联合设计发射协方差矩阵与RIS相移矩阵, 以实现系统遍历保密速率下界的最大化。首

先, 通过大维随机矩阵理论获得遍历保密速率下界与感知SNR在大系统下的渐近表达式。其次, 基于所获得的渐近表达式通过一种交替优化算法对发射协方差矩阵与RIS相移矩阵进行联合求解, 其中发射协方差矩阵的最优解基于一阶泰勒展开与改进的注水算法得到, RIS相移矩阵的次优解基于障碍法与投影梯度下降算法得到。值得注意的是, 所提方案基于统计CSI进行, 大幅降低了求解遍历过程中使用蒙特卡洛平均所带来的巨大计算复杂度。最后, 仿真结果验证了所提方案的有效性。

5 附录

本附录给出了推论2、 $\tilde{C}(\mathbf{Q}, \Phi)$ 相对于 $\mathbf{Q}$ 凸性以及定理1的证明过程。

5.1 推论2证明

为分析随机矩阵链积 $\mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_1^H$ 在大系统下的确定性等价式, 基于文献[21]中的引理1可得到引理1, 如下所示。

引理1: 对于随机矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_0 = \mathbf{R}_0^\perp \mathbf{H}_{\text{iid},0} \mathbf{T}_0^\perp$ 与 $\tilde{\mathbf{H}}_3 = \mathbf{R}_3^\perp \mathbf{H}_{\text{iid},3} \mathbf{T}_3^\perp$, 存在如下渐近等价关系:

$$\frac{1}{M} \tilde{\mathbf{H}}_3 \tilde{\mathbf{H}}_0 \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{H}}_0^H \tilde{\mathbf{H}}_3^H \xrightarrow{a.s.} \frac{1}{M^2 N} \text{tr}(\mathbf{T}_3 \mathbf{R}_0) \text{tr}(\mathbf{T}_0 \mathbf{Q}) \mathbf{R}_3 \quad (26)$$

首先, 将 $\mathbf{T}_3 \triangleq \Phi^H \mathbf{T}_3 \Phi$ 代入引理1, 可以得到

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}, \mathbf{H}_{\text{iid},3}} \frac{1}{M} \mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_1^H = \frac{1}{M^2 N} \text{tr}(\Phi^H \mathbf{T}_3 \Phi \mathbf{R}_0) \text{tr}(\mathbf{T}_0 \mathbf{Q}) \text{tr} \mathbf{R}_3 \quad (27)$$

其次, 可将随机矩阵链积 $\mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H$ 期望的迹中第 (l, l) 项表示为

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}, \mathbf{H}_{\text{iid},3}} \left\{ [\mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H]_{l,l} \right\} \\ &= \sum_{a,f=1}^{L_2} \sum_{b,c,e=1}^M \sum_{d=1}^N \left\{ [\mathbf{R}_3^\perp]_{l,a} [\mathbf{T}_3^\perp \Phi \mathbf{R}_0^\perp]_{b,c} [\mathbf{T}_0^\perp \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \mathbf{T}_3^\perp]_{d,e} \right. \\ & \quad \cdot [\mathbf{R}_3^\perp]_{f,l} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}} \left\{ [\mathbf{H}_{\text{iid},0}]_{c,d} \right\} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},3}} \left\{ [\mathbf{H}_{\text{iid},3}]_{a,b} [\mathbf{H}_{\text{iid},3}^*]_{f,e} \right\} \left. \right\} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

因此有

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}, \mathbf{H}_{\text{iid},3}} \{ \mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H \} = 0 \quad (29)$$

同理可得到

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}, \mathbf{H}_{\text{iid},3}} \{ \mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_3^H \} = 0 \quad (30a)$$

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}, \mathbf{H}_{\text{iid},3}} \{ \mathbf{G}_2 \mathbf{Q} \mathbf{G}_1^H \} = 0 \quad (30b)$$

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{iid},0}, \mathbf{H}_{\text{iid},3}} \{ \mathbf{G}_3 \mathbf{Q} \mathbf{G}_1^H \} = 0 \quad (30c)$$

再次, 可将随机矩阵链积 $\mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_4^H$ 期望的迹中第 (l, l) 项表示为

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}, \mathbf{H}_{\text{id},3}} \left\{ \left[\mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_4^H \right]_{l,l} \right\} \\ &= \sum_{a=1}^{L_2} \sum_{b,c=1}^M \sum_{d=1}^N \left\{ \left[\mathbf{R}_3^{\frac{1}{2}} \right]_{l,a} \left[\mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \right]_{b,c} \left[\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{\bar{H}}_3^H \mathbf{\Phi} \mathbf{\bar{H}}_0 \right]_{d,l} \right\} \\ & \quad \cdot \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}} \left\{ \left[\mathbf{H}_{\text{id},0} \right]_{c,d} \right\} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},3}} \left\{ \left[\mathbf{H}_{\text{id},3} \right]_{a,b} \right\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

因此有

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}, \mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_1 \mathbf{Q} \mathbf{G}_4^H \} = 0 \quad (32)$$

同理可得到

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}, \mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_2 \mathbf{Q} \mathbf{G}_3^H \} = 0 \quad (33a)$$

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}, \mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_3 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H \} = 0 \quad (33b)$$

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}, \mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_4 \mathbf{Q} \mathbf{G}_1^H \} = 0 \quad (33c)$$

此外，随机矩阵链积 $\mathbf{G}_2 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H$ 与 $\mathbf{G}_3 \mathbf{Q} \mathbf{G}_3^H$ 期望的迹可分别计算为：

$$\begin{aligned} & \text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_2 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H \} \\ &= \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},3}} \left\{ \text{tr} \mathbf{R}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{id},3} \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi} \mathbf{\bar{H}}_0 \mathbf{Q} \mathbf{\bar{H}}_0^H \mathbf{\Phi}^H \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{id},3}^H \mathbf{R}_3^{\frac{1}{2}} \right\} \\ &\stackrel{(a)}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},3}} \left\{ \left(\text{vec} \mathbf{H}_{\text{id},3}^H \right)^H \left\{ \mathbf{R}_3^H \otimes \left(\mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi} \mathbf{\bar{H}}_0 \mathbf{Q} \mathbf{\bar{H}}_0^H \mathbf{\Phi}^H \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \right. \\ & \quad \left. \cdot \text{vec} \mathbf{H}_{\text{id},3}^H \right\} \\ &= \frac{1}{N} \text{tr} \left\{ \mathbf{R}_3^H \otimes \left(\mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi} \mathbf{\bar{H}}_0 \mathbf{Q} \mathbf{\bar{H}}_0^H \mathbf{\Phi}^H \mathbf{T}_3^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \\ & \text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}} \{ \mathbf{G}_3 \mathbf{Q} \mathbf{G}_3^H \} \\ &= \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}} \left\{ \text{tr} \mathbf{\bar{H}}_3 \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{id},0} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{\text{id},0}^H \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{\bar{H}}_3^H \right\} \\ &\stackrel{(b)}{=} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}} \left\{ \left(\text{vec} \mathbf{H}_{\text{id},0}^H \right)^H \left\{ \left(\mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{\bar{H}}_3^H \mathbf{\bar{H}}_3 \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \right)^H \otimes \left(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \right. \\ & \quad \left. \cdot \text{vec} \mathbf{H}_{\text{id},0}^H \right\} \\ &= \frac{1}{N} \text{tr} \left\{ \left(\mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{\bar{H}}_3^H \mathbf{\bar{H}}_3 \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \right)^H \otimes \left(\mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{Q} \mathbf{T}_0^{\frac{1}{2}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (34b)$$

其中，等式(a)与等式(b)基于等式 $\text{tr}(\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_3 \mathbf{B}_4) = (\text{vec}(\mathbf{B}_1^H))^H (\mathbf{B}_4^H \otimes \mathbf{B}_2) \text{vec}(\mathbf{B}_3)$ 得到。另外，显而易见的，可以得到

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}} \{ \mathbf{G}_3 \mathbf{Q} \mathbf{G}_4^H \} = \text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},0}} \{ \mathbf{G}_4 \mathbf{Q} \mathbf{G}_3^H \} = 0 \quad (35a)$$

$$\text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_2 \mathbf{Q} \mathbf{G}_4^H \} = \text{tr} \mathbb{E}_{\mathbf{H}_{\text{id},3}} \{ \mathbf{G}_4 \mathbf{Q} \mathbf{G}_2^H \} = 0 \quad (35b)$$

基于以上分析，可得到 ISAC 接收机处感知 SNR 的渐近表达式，如式(13)所示，证毕。

5.2 $\tilde{C}(\mathbf{Q}, \Phi)$ 相对于 $\mathbf{Q}$ 凸性证明

对于函数 f 而言，当且仅当函数 $g(\mu) = f(x + \mu v)$ 为凸函数时， f 为凸函数^[28]。基于该性质，证明函数 $\tilde{C}(\mathbf{Q})$ 相对于 $\mathbf{Q}$ 为凸函数等价于证明 $g(\mu) =$

$\tilde{C}(\mathbf{Q}_1 + \mu \mathbf{Q}_2)$ 相对于 μ 为凸函数，其中 $\mathbf{Q}_1 \succeq \mathbf{0}$ 且 $\mathbf{Q}_2 \succeq \mathbf{0}$ 。可得到 $g(\mu)$ 的一阶导数为

$$\begin{aligned} g'(\mu) &\stackrel{(c)}{=} \text{tr} \left\{ \left(\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_1 (\mathbf{Q}_1 + \mu \mathbf{Q}_2) \right)^{-1} \mathbf{F}_1 \mathbf{Q}_2 \right. \\ & \quad \left. - \text{tr} \left(\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2 \tilde{\mathbf{Q}} \right)^{-1} \mathbf{F}_2 \mathbf{Q}_2 \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

其中，等式(c)由 $\frac{\partial \tilde{C}(\mathbf{Q}_1 + \mu \mathbf{Q}_2)}{\partial e_i} = \frac{\partial \tilde{C}(\mathbf{Q}_1 + \mu \mathbf{Q}_2)}{\partial e_i} = 0, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 得到，这是由于 $e_i, \tilde{e}_i, \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}$ 是函数 $\tilde{C}(\mathbf{Q}_1 + \mu \mathbf{Q}_2)$ 的鞍点。之后，可得到 $g(\mu)$ 的二阶导数为

$$g''(\mu) = -\text{tr} \left\{ \left(\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2 \tilde{\mathbf{Q}} \right)^{-1} \mathbf{F}_1 \mathbf{Q}_2 \right\}^2 \quad (37)$$

由于 $g'(\mu)$ 恒小于 0， $\tilde{C}(\mathbf{Q})$ 对于 $\mathbf{Q}$ 为凸函数，证毕。

5.3 定理 1 证明

可给出问题(P3)的拉格朗日函数，如下所示：

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{Q}, \lambda_1, \lambda_2, \nu, \mathbf{Y}) &= -\tilde{C}(\mathbf{Q}, \Phi) - \lambda_1 (\bar{\gamma}_1 - \gamma_0) \\ & \quad + \lambda_2 (\bar{\gamma}_2 - \gamma'_0) + \nu (\text{tr} \mathbf{Q} - N P_0) - \text{tr} \mathbf{Y} \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (38)$$

其中， $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \nu \geq 0$ 与 $\mathbf{Y} \succeq \mathbf{0}$ 分别为与合法感知 SNR 约束、窃听感知 SNR 约束、发射功率约束以及 $\mathbf{Q}$ 半正定约束相关的拉格朗日算子。之后，可以得到式(38)的 Karush-Kuhn-Tucker 条件，如下所示：

$$\begin{cases} -(\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_1 \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{F}_1 + (\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2 \tilde{\mathbf{Q}})^{-1} \mathbf{F}_2 \\ \quad - \lambda_1 \mathbf{D}_1 + \lambda_2 \mathbf{D}_2 + \nu \mathbf{I}_N - \mathbf{Y} = \mathbf{0} \\ \lambda_1 (\bar{\gamma}_1 - \gamma_0) = 0, \lambda_2 (\bar{\gamma}_2 - \gamma'_0) = 0, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0 \\ \nu (\text{tr} \mathbf{Q} - N P_0) = 0, \mathbf{Q} \succeq \mathbf{0}, \nu > 0 \\ \text{tr} \mathbf{Y} \mathbf{Q} = 0, \mathbf{Y} \succeq \mathbf{0} \end{cases} \quad (39)$$

其中， $\mathbf{D}_1$ 与 $\mathbf{D}_2$ 分别表示 $\bar{\gamma}_1$ 与 $\bar{\gamma}_2$ 相对于 $\mathbf{Q}$ 的导数，如下所示：

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_1 &= \frac{\partial \bar{\gamma}_1}{\partial \mathbf{Q}} \\ &= \frac{1}{\sigma_3^2} \left\{ \mathbf{\bar{H}}_0^H \mathbf{\Phi}^H \mathbf{\bar{H}}_3^H \mathbf{\bar{H}}_3 \mathbf{\Phi} \mathbf{\bar{H}}_0 \right. \\ & \quad + \frac{1}{N} \text{tr} \left(\mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \mathbf{\Phi}^H \mathbf{\bar{H}}_3^H \mathbf{\bar{H}}_3 \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_0^{\frac{1}{2}} \right)^H \\ & \quad + \frac{1}{N} \text{tr} \left(\mathbf{R}_3^H \right) \mathbf{\bar{H}}_0^H \mathbf{\Phi}^H \mathbf{T}_3^H \mathbf{\Phi} \mathbf{\bar{H}}_0 \\ & \quad \left. + \frac{1}{M^2 N} \text{tr} \left(\mathbf{\Phi}^H \mathbf{T}_3 \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_0 \right) \text{tr} \left(\mathbf{R}_3 \right) \mathbf{T}_0^H \right\} \end{aligned} \quad (40a)$$

$$\begin{aligned}
D_2 &= \frac{\partial \bar{y}_2}{\partial \mathbf{Q}} \\
&= \frac{1}{\sigma_2^2} \left\{ \bar{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_2^H \bar{\mathbf{H}}_2 \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \right. \\
&\quad + \frac{1}{N} \mathbf{T}_0^H \text{tr} \left(\mathbf{R}_0^\dagger \Phi^H \bar{\mathbf{H}}_2^H \bar{\mathbf{H}}_2 \Phi \mathbf{R}_0^\dagger \right)^H \\
&\quad + \frac{1}{N} \text{tr} \left(\mathbf{R}_2^H \right) \bar{\mathbf{H}}_0^H \Phi^H \mathbf{T}_2^H \Phi \bar{\mathbf{H}}_0 \\
&\quad \left. + \frac{1}{M^2 N} \text{tr} \left(\Phi^H \mathbf{T}_2 \Phi \mathbf{R}_0 \right) \text{tr} \left(\mathbf{R}_2 \right) \mathbf{T}_0^H \right\}
\end{aligned} \quad (40b)$$

令

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}_2^\dagger \left(\mathbf{I}_N + \mathbf{F}_2^\dagger \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{F}_2^\dagger \right)^{-1} \mathbf{F}_2^\dagger - \lambda_1 \mathbf{D}_1 + \lambda_2 \mathbf{D}_2 + \nu \mathbf{I}_N \quad (41)$$

则可将式(39)中第一个等式重写为

$$-(\mathbf{I}_N + \mathbf{K}^\dagger \mathbf{F}_1 \mathbf{K}^\dagger \mathbf{Q}')^{-1} \mathbf{K}^\dagger \mathbf{F}_1 \mathbf{K}^\dagger + \mathbf{I}_N - \mathbf{Y}' = \mathbf{0} \quad (42)$$

其中, $\mathbf{Q}' = \mathbf{K}^\dagger \mathbf{Q} \mathbf{K}^\dagger, \mathbf{Y}' = \mathbf{K}^\dagger \mathbf{Y} \mathbf{K}^\dagger$ 。因此, 问题(P3)等价于

$$\begin{aligned}
(P6) \quad &\max_{\mathbf{Q}'} \quad \log_2 \det(\mathbf{I}_N + \mathbf{K}^\dagger \mathbf{F}_1 \mathbf{K}^\dagger \mathbf{Q}') \\
&\text{s.t.} \quad \text{tr} \mathbf{K}^\dagger \mathbf{Q}' \mathbf{K}^\dagger \leq NP_0, \mathbf{Q}' \succeq \mathbf{0}
\end{aligned} \quad (43)$$

问题(P6)为标准注水问题, 因此得到 $\mathbf{Q}'$ 的闭式最优解为 $\mathbf{Q}' = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}$, 其中 $\mathbf{V} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}$ 通过对矩阵 $\mathbf{K}^\dagger \mathbf{F}_1 \mathbf{K}^\dagger$ 进行奇异值分解得到, $\mathbf{\Lambda} = (\mathbf{I}_N - \mathbf{\Sigma}^{-1})^+$, 拉格朗日算子 λ_1, λ_2 以及 ν 由下式得到^[28]

$$\max_{\lambda_1, \lambda_2, \nu} \max_{\mathbf{Q}} \mathcal{L}(\mathbf{Q}, \lambda_1, \lambda_2, \nu, \mathbf{Y}') \quad (44)$$

因此, 发射协方差矩阵的闭式最优解为 $\mathbf{Q} = \mathbf{K}^\dagger \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V} \mathbf{K}^\dagger$, 证毕。

参考文献:

- [1] YOU X, WANG C X, HUANG J, et al. Towards 6G wireless communication networks: Vision, enabling technologies, and new paradigm shifts[J]. Science China Information Sciences, 2021, 64: 1-74.
- [2] 栾宁, 熊轲, 张煜, 等. 6G: 典型应用、关键技术与面临挑战[J]. 物联网学报, 2022, 6(1): 29-43.
LUAN N, XIONG K, ZHANG Y, et al. 6G: typical applications, key technologies and challenges[J]. Chinese Journal on Internet of Things, 2022, 6(1): 29-43.
- [3] 徐金雷, 赵俊渥, 卢华兵, 等. 面向6G的多维扩展通感一体化研究综述[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(5): 1672-1683.
XU J, ZHAO J, LU H, et al. An Overview on Multi-dimensional Expanded Integrated Sensing and Communication for 6G[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2024, 46(5): 1672-1683.
- [4] LIU F, CUI Y, MASOUIROS C, et al. Integrated sensing and communications: Toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(6): 1728-1767.
- [5] LU S, LIU F, LI Y, et al. Integrated sensing and communications: Recent advances and ten open challenges[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 11(11): 19094 - 19120.
- [6] LIU Y, LIU X, MU X, et al. Reconfigurable intelligent surfaces: Principles and opportunities[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2021, 23(3): 1546-1577.
- [7] LUO H, LIU R, LI M, et al. RIS-aided integrated sensing and communication: Joint beamforming and reflection design[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(7): 9626-9630.
- [8] WANG X, FEI Z, HUANG J, et al. Joint waveform and discrete phase shift design for RIS-assisted integrated sensing and communication system under Cramer-Rao bound constraint[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(1): 1004-1009.
- [9] QIAN X, HU X, LIU C, et al. Sensing-based beamforming design for joint performance enhancement of RIS-aided ISAC systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2023, 71(11): 6529-6545.
- [10] WEI Z, LIU F, MASOUIROS C, et al. Toward multi-functional 6G wireless networks: Integrating sensing, communication, and security[J]. IEEE Communications Magazine, 2022, 60(4): 65-71.
- [11] HUA M, WU Q, CHEN W, et al. Secure intelligent reflecting surface-aided integrated sensing and communication[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(1): 575-591.
- [12] CHU J, LU Z, LIU R, et al. Joint beamforming and reflection design for secure RIS-ISAC systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2024, 73(3): 4471-4475.
- [13] LIU R, LI M, LUO H, et al. Integrated sensing and communication with reconfigurable intelligent surfaces: Opportunities, applications, and future directions[J]. IEEE Wireless Communications, 2023, 30(1): 50-57.
- [14] SHAO X, ZHANG R. Target-mounted intelligent reflecting surface for secure wireless sensing[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(8): 9745-9858.
- [15] KONG L, PANG X, TANG J, et al. Signal Enhancement and Suppression Schemes for Bi-Static ISAC with IRS-Mounted Target[J]. IEEE Transactions on Communications, 2024, Early Access.
- [16] GUNASINGHE D, BADUGE G A A. Achievable rate analysis for multi-cell RIS-aided massive MIMO with statistical CSI-based optimizations[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(8): 8117-8135.
- [17] ZHANG J, LIU J, MA S, et al. Large system achievable rate analysis of RIS-assisted MIMO wireless communication with statistical CSIT[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(9): 5572-5585.
- [18] ZHI K, PAN C, REN H, et al. Power scaling law analysis and phase shift optimization of RIS-aided massive MIMO systems with statistical CSI[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022, 70(5): 3558-3574.
- [19] YU Z, HAN Y, MATTHAIU M, et al. Statistical CSI-based de-

- sign for RIS-assisted communication systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(10): 2115-2119.
- [20] HE Z, SHEN H, XU W, et al. MSE-based training and transmission optimization for MIMO ISAC systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2024, 72: 3104-3121.
- [21] ZHANG H, MA S, SHI Z, et al. Sum-rate maximization of RIS-aided multi-user MIMO systems with statistical CSI[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(7): 4788-4801.
- [22] SHIU D S, FOSCHINI G J, GANS M J, et al. Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(3): 502-513.
- [23] WANG W, CHEN X, YOU L, et al. Artificial noise assisted secure massive MIMO transmission exploiting statistical CSI[J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23(12): 2386-2389.
- [24] BAZZI A, CHAFII M. Secure full duplex integrated sensing and communications[J]. IEEE Transactions on Information Forensics and Security, 2024, 19: 2082-2097.
- [25] CHEN L, WANG Z, DU Y, et al. Generalized transceiver beamforming for DFRC with MIMO radar and MUMIMO communication[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(6): 1795-1808.
- [26] XIE L, WANG P, SONG S, et al. Perceptive mobile network with distributed target monitoring terminals: Leaking communication energy for sensing[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(12): 10193-10207.
- [27] ZHANG J, HUANG X, HAN Y, et al. Transmission design for hybrid RIS and DMA assisted MIMO multiple access channel over spatially correlated Rician fading[J]. IEEE Transactions on Communications, 2024, 72(5): 3005-3018.
- [28] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. Cambridge University Press, 2004.
- [29] NADEEM Q U A, KAMMOUN A, CHAABAN A, et al. Asymptotic max-min SINR analysis of reconfigurable intelligent surface assisted MISO systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2020, 19(12): 7748-7764.
- [30] WANG Z, MU X, LIU Y. STARS enabled integrated sensing and communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(10): 6750-6765.
- [31] PAN Y, PAN C, JIN S, et al. RIS-aided near-field localization and channel estimation for the terahertz system[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2023, 17(4): 878-892.